**Contoh Soal:**

Sebuah pengelola tempat wisata ingin memprediksi keuntungan harian berdasarkan beberapa faktor:

* **Harga Tiket (x):** Harga tiket masuk per orang (dalam ribuan rupiah).
* **Jumlah Mainan Anak (y):** Jumlah wahana mainan anak yang tersedia.
* **Wahana Air (z):** Indikator keberadaan wahana air (1 jika ada, 0 jika tidak).
* **Lokasi (l):** Indeks lokasi (skala 1-10, semakin tinggi semakin strategis).
* **Transportasi (t):** Indeks kemudahan transportasi ke lokasi (skala 1-10, semakin tinggi semakin mudah).

Pengelola telah mengumpulkan data historis dan memodelkan fungsi keuntungan harian (dalam juta rupiah) sebagai berikut:

K(x,y,z,l,t)=(a⋅x+b⋅y​+c⋅z⋅x+d⋅ln(l)+e⋅t)⋅N−C

dengan:

* a,b,c,d,e adalah koefisien konstanta yang diperoleh dari analisis data historis. Misalkan a=0.5,b=1.2,c=0.2,d=0.8,e=0.3.
* N adalah perkiraan jumlah pengunjung harian yang dipengaruhi oleh harga tiket: N(x)=1000−10x.
* C adalah biaya operasional harian tetap (dalam juta rupiah). Misalkan C=50.

**Pertanyaan:**

1. Tentukan fungsi keuntungan harian secara eksplisit dengan mensubstitusikan nilai koefisien dan fungsi jumlah pengunjung.
2. Hitung gradien fungsi keuntungan terhadap harga tiket (x) dan jumlah mainan anak (y). Interpretasikan makna dari komponen gradien ini.
3. Prediksi keuntungan jika harga tiket adalah Rp 50.000, terdapat 9 mainan anak, terdapat wahana air, lokasi memiliki indeks 8, dan transportasi memiliki indeks 7.
4. Analisis perilaku keuntungan jika harga tiket mendekati Rp 100.000 (gunakan konsep limit). Apa implikasinya bagi pengelola?
5. Bagaimana pengaruh penambahan satu unit mainan anak terhadap keuntungan saat ini (gunakan interpretasi dari gradien)?

**Kode Python dengan SymPy:**

from sympy import symbols, diff, sqrt, ln

import numpy as np

import matplotlib.pyplot as plt

# Definisikan simbol

x, y, z, l, t = symbols('x y z l t')

# Definisikan koefisien

a = 0.5

b = 1.2

c = 0.2

d = 0.8

e = 0.3

C = 50

# Definisikan fungsi jumlah pengunjung

N = 1000 - 10 \* x

# Definisikan fungsi keuntungan

K = (a \* x + b \* sqrt(y) + c \* z \* x + d \* ln(l) + e \* t) \* N - C

# 1. Fungsi keuntungan eksplisit

print("1. Fungsi Keuntungan Harian:")

print(K)

print("-" \* 30)

# 2. Gradien fungsi keuntungan

gradien\_K\_x = diff(K, x)

gradien\_K\_y = diff(K, y)

print("2. Gradien Fungsi Keuntungan terhadap Harga Tiket (x):")

print(gradien\_K\_x)

print("\nInterpretasi Gradien terhadap Harga Tiket:")

print("Gradien ini menunjukkan tingkat perubahan keuntungan terhadap perubahan kecil pada harga tiket. Jika nilainya positif, kenaikan harga tiket akan meningkatkan keuntungan (pada titik tertentu), dan sebaliknya.")

print("-" \* 30)

print("\nGradien Fungsi Keuntungan terhadap Jumlah Mainan Anak (y):")

print(gradien\_K\_y)

print("\nInterpretasi Gradien terhadap Jumlah Mainan Anak:")

print("Gradien ini menunjukkan tingkat perubahan keuntungan terhadap perubahan kecil pada jumlah mainan anak. Nilai positif menunjukkan penambahan mainan anak akan meningkatkan keuntungan.")

print("-" \* 30)

# 3. Prediksi keuntungan

harga\_tiket = 50 # dalam ribuan rupiah

jumlah\_mainan = 9

wahana\_air = 1

lokasi\_indeks = 8

transportasi\_indeks = 7

keuntungan\_prediksi = K.subs({x: harga\_tiket, y: jumlah\_mainan, z: wahana\_air, l: lokasi\_indeks, t: transportasi\_indeks}).evalf()

print(f"3. Prediksi Keuntungan Harian:")

print(f" Harga Tiket (x): Rp {harga\_tiket}.000")

print(f" Jumlah Mainan Anak (y): {jumlah\_mainan}")

print(f" Wahana Air (z): {'Ada' if wahana\_air == 1 else 'Tidak Ada'}")

print(f" Indeks Lokasi (l): {lokasi\_indeks}")

print(f" Indeks Transportasi (t): {transportasi\_indeks}")

print(f" Keuntungan Prediksi: Rp {keuntungan\_prediksi:.2f} juta")

print("-" \* 30)

# 4. Analisis limit

limit\_keuntungan\_x\_100 = K.limit(x, 100)

print("4. Limit Keuntungan jika Harga Tiket Mendekati Rp 100.000:")

print(f" lim (x->100) K(x, y, z, l, t) = {limit\_keuntungan\_x\_100}")

print("\nImplikasi Limit:")

print("Limit ini menunjukkan perilaku keuntungan saat harga tiket terus meningkat mendekati Rp 100.000. Dalam kasus ini, karena faktor jumlah pengunjung (N = 1000 - 10x) menjadi nol pada x = 100, keuntungan akan cenderung menurun atau bahkan negatif setelah melewati titik optimal. Pengelola perlu berhati-hati dalam menaikkan harga tiket terlalu tinggi karena dapat mengurangi jumlah pengunjung secara signifikan.")

print("-" \* 30)

# 5. Pengaruh penambahan satu unit mainan anak

# Evaluasi gradien terhadap y pada kondisi saat ini

gradien\_y\_saat\_ini = gradien\_K\_y.subs({x: harga\_tiket, y: jumlah\_mainan, z: wahana\_air, l: lokasi\_indeks, t: transportasi\_indeks}).evalf()

print("5. Pengaruh Penambahan Satu Unit Mainan Anak:")

print(f" Gradien Keuntungan terhadap Jumlah Mainan Anak saat ini: {gradien\_y\_saat\_ini:.2f}")

print("\nInterpretasi:")

print(f"Nilai gradien sebesar {gradien\_y\_saat\_ini:.2f} menunjukkan bahwa dengan penambahan satu unit mainan anak (dari 9 menjadi 10), keuntungan harian diperkirakan akan meningkat sekitar Rp {gradien\_y\_saat\_ini:.2f} juta, dengan asumsi faktor lain tetap konstan.")

print("-" \* 30)

# Grafik untuk menunjukkan pengaruh harga tiket terhadap keuntungan (dengan faktor lain tetap)

harga\_tiket\_range = np.linspace(10, 90, 100)

keuntungan\_values\_harga = [K.subs({x: h, y: jumlah\_mainan, z: wahana\_air, l: lokasi\_indeks, t: transportasi\_indeks}).evalf() for h in harga\_tiket\_range]

plt.figure(figsize=(10, 6))

plt.plot(harga\_tiket\_range, keuntungan\_values\_harga, label='Keuntungan')

plt.xlabel('Harga Tiket (ribu Rp)')

plt.ylabel('Keuntungan Harian (juta Rp)')

plt.title('Pengaruh Harga Tiket terhadap Keuntungan')

plt.grid(True)

plt.legend()

plt.show()

# Grafik untuk menunjukkan pengaruh jumlah mainan anak terhadap keuntungan (dengan faktor lain tetap)

jumlah\_mainan\_range = np.linspace(1, 20, 100)

keuntungan\_values\_mainan = [K.subs({x: harga\_tiket, y: j, z: wahana\_air, l: lokasi\_indeks, t: transportasi\_indeks}).evalf() for j in jumlah\_mainan\_range]

plt.figure(figsize=(10, 6))

plt.plot(jumlah\_mainan\_range, keuntungan\_values\_mainan, label='Keuntungan')

plt.xlabel('Jumlah Mainan Anak')

plt.ylabel('Keuntungan Harian (juta Rp)')

plt.title('Pengaruh Jumlah Mainan Anak terhadap Keuntungan')

plt.grid(True)

plt.legend()

plt.show()

**Penjelasan Kode:**

1. **Definisi Simbol dan Fungsi:** Kita menggunakan sympy.symbols untuk mendefinisikan variabel-variabel dan membangun fungsi keuntungan K berdasarkan persamaan yang diberikan.
2. **Gradien:** Kita menggunakan sympy.diff() untuk menghitung turunan parsial fungsi keuntungan terhadap harga tiket (x) dan jumlah mainan anak (y). Gradien memberikan informasi tentang laju perubahan keuntungan terhadap perubahan kecil dalam variabel-variabel tersebut.
3. **Prediksi Keuntungan:** Kita menggunakan metode .subs() untuk mengganti nilai variabel ke dalam fungsi keuntungan dan .evalf() untuk mendapatkan nilai numerik prediksi keuntungan.
4. **Analisis Limit:** Kita menggunakan metode .limit() untuk menganalisis perilaku keuntungan saat harga tiket mendekati nilai tertentu (dalam kasus ini, Rp 100.000). Ini membantu memahami batas keuntungan dalam kondisi ekstrem.
5. **Pengaruh Penambahan Mainan:** Kita mengevaluasi nilai gradien terhadap jumlah mainan anak pada kondisi saat ini untuk memperkirakan perubahan keuntungan akibat penambahan satu unit mainan.
6. **Grafik:** Kita menggunakan numpy untuk membuat rentang nilai harga tiket dan jumlah mainan, kemudian menghitung nilai keuntungan yang sesuai menggunakan fungsi yang telah didefinisikan di SymPy. Akhirnya, matplotlib.pyplot digunakan untuk membuat grafik yang menunjukkan hubungan antara harga tiket dan keuntungan, serta antara jumlah mainan anak dan keuntungan.

**Interpretasi Hasil:**

* **Gradien terhadap Harga Tiket:** Nilai gradien ini menunjukkan seberapa besar keuntungan akan berubah jika harga tiket dinaikkan atau diturunkan sedikit. Jika positif, kenaikan harga tiket (dalam rentang tertentu) akan meningkatkan keuntungan. Jika negatif, kenaikan harga akan menurunkan keuntungan (kemungkinan karena penurunan jumlah pengunjung yang signifikan).
* **Gradien terhadap Jumlah Mainan Anak:** Nilai gradien ini menunjukkan seberapa besar keuntungan akan berubah jika jumlah mainan anak ditambah atau dikurangi sedikit. Nilai positif menunjukkan bahwa penambahan mainan anak cenderung meningkatkan keuntungan.
* **Limit Harga Tiket:** Hasil limit menunjukkan tren keuntungan saat harga tiket mendekati Rp 100.000. Dalam contoh ini, karena jumlah pengunjung dipengaruhi negatif oleh harga, keuntungan cenderung menurun atau bahkan negatif pada harga yang sangat tinggi.
* **Grafik:** Grafik visual akan membantu pengelola melihat secara jelas bagaimana perubahan harga tiket dan jumlah mainan anak mempengaruhi potensi keuntungan. Ini dapat membantu dalam pengambilan keputusan terkait penetapan harga dan pengembangan fasilitas.